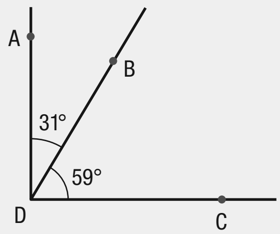
## ANGLES

La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est 180°.

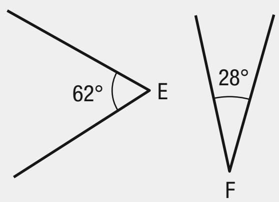
Deux angles sont **complémentaires** si la somme de leurs mesures est 90°.

Ex. : 1)




Les angles ADB et BDC sont complémentaires, car $m\angle ADB + m\angle BDC = 31° + 59° = 90°$.

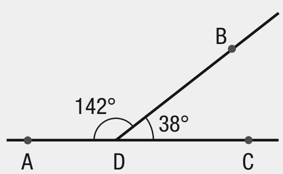
2)




Les angles E et F sont complémentaires, car $m\angle E + m\angle F = 62° + 28° = 90°$.

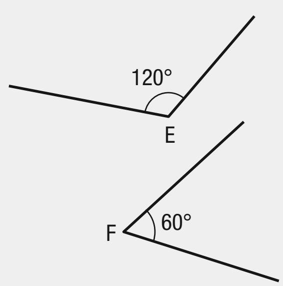
Deux angles sont **supplémentaires** si la somme de leurs mesures est 180°.

Ex. : 1)




Les angles ADB et BDC sont supplémentaires, car $m\angle ADB + m\angle BDC = 142° + 38° = 180°$.

2)




Les angles E et F sont supplémentaires, car $m\angle E + m\angle F = 120° + 60° = 180°$.

## RAPPORT

Le **rapport** est un mode de **comparaison** entre deux quantités ou deux grandeurs de **même nature** exprimées dans les **mêmes unités** et qui fait intervenir la notion de **division.**

Les deux façons les plus courantes de noter un rapport sont le deux-points ou le trait de fraction. Ainsi, le rapport de $a$ à $b$ se note $a : b$ ou $\frac{a}{b}$, où $b \neq 0$.

 © 2009, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

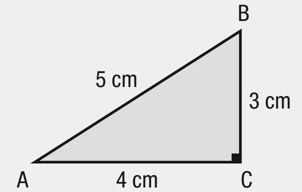
Nom : ____________________

Groupe : ____________ Date : __________



Manuel de l'élève, volume 2, p. 78

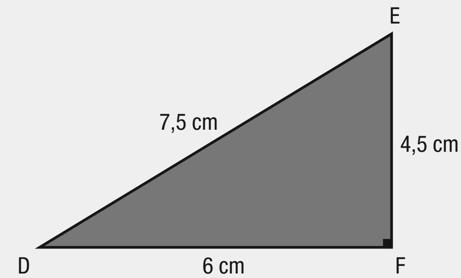
Ex. : 1) Le rapport de la mesure du segment BC à celle du segment AB se note $3:4$ ou $\frac{3}{4}$ et vaut 0,75.




2) Le rapport du périmètre du triangle DEF à celui du triangle ABC est :

- $18:12$ ou $3:2$ ;
- $\frac{18}{12}$ ou $\frac{3}{2}$.

Cela signifie que le périmètre du triangle DEF est 1,5 fois plus grand que celui du triangle ABC.




## PROPORTION

Une **proportion** correspond à l'égalité entre deux rapports.

Si le rapport de $a$ à $b$, où $b \neq 0$ est égal au rapport de $c$ à $d$, où $d \neq 0$, alors $a:b = c:d$ où $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ est une proportion.

Une proportion est formée de quatre termes. On donne le nom d'**extrêmes** aux premier et quatrième termes, et le nom de **moyens** aux deuxième et troisième termes.

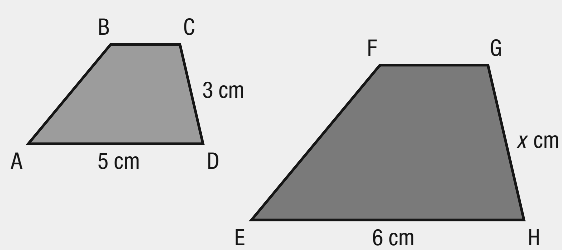
$$\underbrace{a : \overbrace{b = c}^{\text{Moyens}} : d}_{\text{Extrêmes}}$$

Extrêmes $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
Moyens

Dans une proportion, le **produit des extrêmes** est égal au **produit des moyens.**

Ex. : Si les deux figures ci-dessous sont semblables, on a $\frac{\text{m } \overline{CD}}{\text{m } \overline{GH}} = \frac{\text{m } \overline{AD}}{\text{m } \overline{EH}}$.

$\frac{3}{x} = \frac{5}{6} \Rightarrow 5x = 18 \Rightarrow x = 3{,}6$ cm




© 2009, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

Nom : ____________________

Groupe : __________ Date : __________



# RELATIONS TRIGONOMÉTRIQUES DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

La **trigonométrie** est l'étude des relations entre les angles et les côtés d'un triangle.

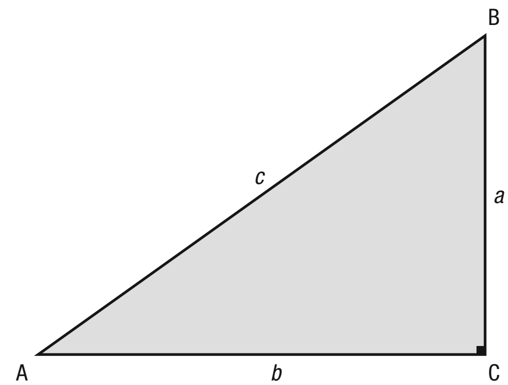
Un **rapport trigonométrique** est un nombre qui exprime un rapport de mesures des longueurs.

Dans un triangle rectangle, les trois principaux rapports trigonométriques sont :

$$\sin A = \frac{\text{mesure de la cathète opposée à } \angle A}{\text{mesure de l'hypoténuse}}$$

$$\cos A = \frac{\text{mesure de la cathète adjacente à } \angle A}{\text{mesure de l'hypoténuse}}$$

$$\tan A = \frac{\text{mesure de la cathète opposée à } \angle A}{\text{mesure de la cathète adjacente à } \angle A}$$



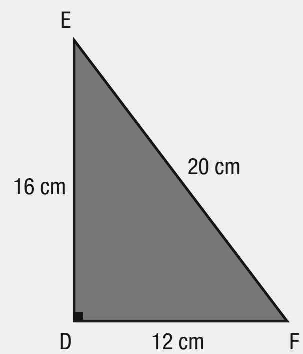

« Sin », « cos » et « tan » signifient respectivement sinus, cosinus et tangente.

Ex. : Dans le triangle DEF ci-contre :

$\sin E = \frac{12}{20} = 0{,}6$ $\sin F = \frac{16}{20} = 0{,}8$

$\cos E = \frac{16}{20} = 0{,}8$ $\cos F = \frac{12}{20} = 0{,}6$

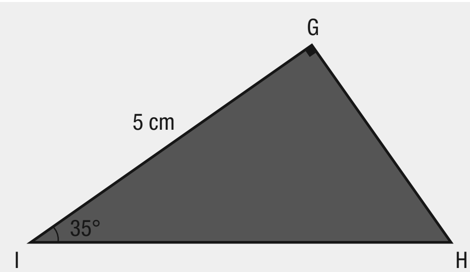
$\tan E = \frac{12}{16} = 0{,}75$ $\tan F = \frac{16}{12} = 1{,}\overline{3}$




**Résoudre** un triangle, c'est déterminer les mesures de ses côtés et de ses angles à l'aide de quelques données connues.

Ex. : Dans le triangle GHI ci-contre :

- puisque la somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est 180°, on a $m\angle H = 55°$ ;
- puisque $\tan 35° = \frac{m\,\overline{GH}}{5}$, on a $m\,\overline{GH} = 5 \tan 35° \approx 3{,}5$ cm ;
- puisque $\cos 35° = \frac{5}{m\,\overline{HI}}$, on a $m\,\overline{HI} = \frac{5}{\cos 35°} \approx 6{,}1$ cm.






© 2009, Les Éditions CEC inc. • Reproduction autorisée

Nom : ____________________

Groupe : __________ Date : __________

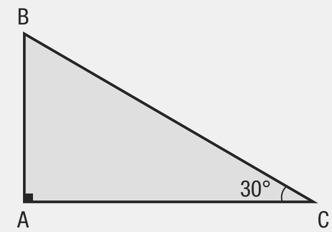


## RELATION FAISANT INTERVENIR UN ANGLE DE 30° DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

Dans un triangle rectangle, la mesure du côté opposé à un angle de 30° est égale à la moitié de celle de l'hypoténuse.

Ex. : Dans le triangle rectangle ci-contre :

- si m $\overline{BC}$ = 10 cm, alors m $\overline{AB}$ = 5 cm ;
- si m $\overline{AB}$ = 42 mm, alors m $\overline{BC}$ = 84 mm.

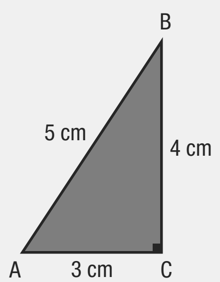



## RÉSOLUTION D'UN TRIANGLE RECTANGLE

Alors que sin, cos et tan permettent de calculer les rapports trigonométriques associés à des mesures d'angles données, arc sin, arc cos et arc tan permettent d'effectuer le travail inverse, c'est-à-dire de calculer les mesures d'angles à partir de la valeur des rapports correspondants.

« Arc sin », « arc cos » et « arc tan » signifient respectivement arc sinus, arc cosinus et arc tangente.

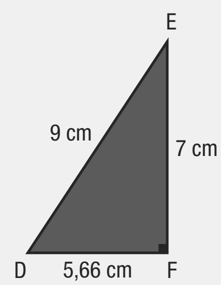
Ex. : Dans les triangles rectangles ci-dessous :




On a :

sin A = $\frac{4}{5}$ et arc sin $\frac{4}{5} \approx 53{,}13°$

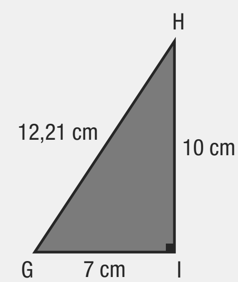
On en déduit que :
m∠A ≈ 53,13°
m∠B ≈ 36,87°




On a :

cos E = $\frac{7}{9}$ et arc cos $\frac{7}{9} \approx 38{,}94°$

On en déduit que :
m∠E ≈ 38,94°
m∠D ≈ 51,06°




On a :

tan G = $\frac{10}{7}$ et arc tan $\frac{10}{7} \approx 55{,}01°$

On en déduit que :
m∠G ≈ 55,01°
m∠H ≈ 34,99°

En résumé, on peut résoudre un triangle rectangle dès que l'on connaît les mesures :

- d'un angle aigu et d'un côté, en se servant de sin, cos et tan ;
- de deux côtés, en se servant de arc sin, arc cos et arc tan.

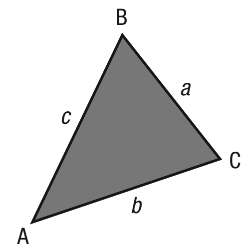
À noter que arc sin, arc cos et arc tan peuvent aussi s'écrire $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ et $\tan^{-1}$.

© 2009, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

# RELATIONS DANS UN TRIANGLE QUELCONQUE

## Loi des sinus

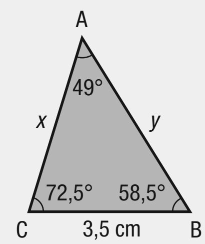
Il est possible de résoudre un triangle quelconque si l'on connaît les mesures d'un angle, de son côté opposé et d'un autre côté ou d'un autre angle de ce triangle.




Les mesures des côtés d'un triangle sont proportionnelles au sinus des angles opposés à ces côtés. Dans le triangle ci-contre, on a :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

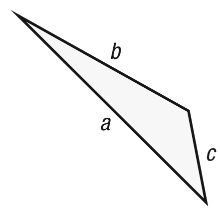
Ex. : Dans le triangle ci-contre :




$$\frac{x}{\sin 58{,}5°} = \frac{3{,}5}{\sin 49°} = \frac{y}{\sin 72{,}5°}$$

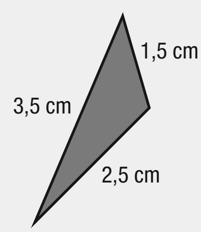
- On a : $x = \frac{\sin 58{,}5° \times 3{,}5}{\sin 49°}$, soit $x \approx 3{,}95$ cm.
- On a : $y = \frac{\sin 72{,}5° \times 3{,}5}{\sin 49°}$, soit $y \approx 4{,}42$ cm.

## Formule de Héron




Lorsqu'on connaît les mesures de ses trois côtés, l'aire $S$ du triangle ci-contre peut se calculer à l'aide de la formule $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ où $p$ représente le demi-périmètre du triangle, soit $p = \frac{a+b+c}{2}$.

Ex. : Dans le triangle ci-contre :



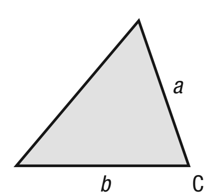

$$p = \frac{1{,}5 + 2{,}5 + 3{,}5}{2} = 3{,}75 \text{ cm}$$

$$S = \sqrt{3{,}75(3{,}75 - 1{,}5)(3{,}75 - 2{,}5)(3{,}75 - 3{,}5)}$$

$$S \approx 1{,}62 \text{ cm}^2$$

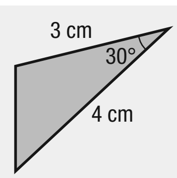
## Formule trigonométrique

Il est possible de calculer l'aire d'un triangle si l'on connaît la mesure de deux de ses côtés ainsi que la mesure de l'angle compris entre ces côtés.




L'aire du triangle peut se calculer à l'aide de la formule $S = \frac{a \times b \times \sin C}{2}$.

Ex. : Dans le triangle ci-contre :




$$S = \frac{3 \times 4 \times \sin 30°}{2}$$

$$S = 3 \text{ cm}^2$$


© 2009, Les Éditions CEC inc. • Reproduction autorisée