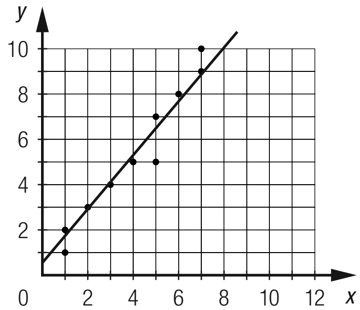
Mise au point 4.1

Page 1

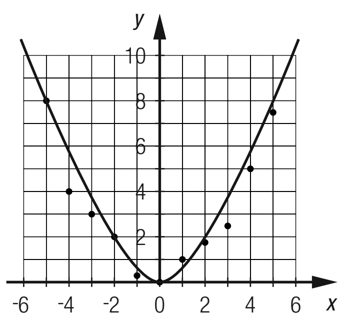
3. a) Par une fonction polynomiale de degré 1.

b) Graphique ①



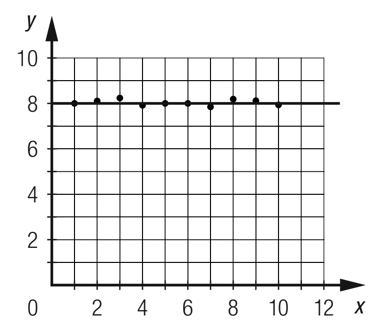
a) Par une fonction polynomiale de degré 2.

b) Graphique ②



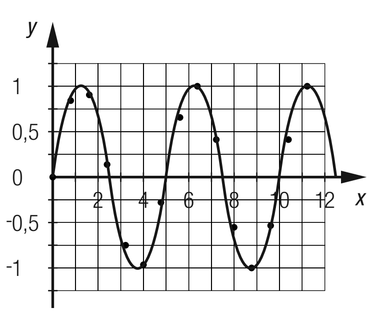
a) Par une fonction polynomiale de degré 0.

b) Graphique ③



a) Par une fonction périodique.

b) Graphique ④



Soutien 4.1

Page 2

1. a) 1) Domaine f : $\mathbb{R}$; codomaine f : $[-10, +\infty[$
2) Zéros : $\{-5, 9\}$; valeur initiale : -9
3) Croissance : $[2, +\infty[$; décroissance : $]-\infty, 2]$
4) Positif : $]-\infty, -5] \cup [9, +\infty[$; négatif : $[-5, 9]$
5) Minimum : -10
6) Une fonction polynomiale de degré 2.

b) 1) Domaine f : $\mathbb{R}$; codomaine f : $]-\infty, 8]$
2) Zéros : $\{-8, 8\}$; valeur initiale : 5
3) Croissance : $]-\infty, 3] \cup [5, 7]$; décroissance : $[-6, -3] \cup [3, +\infty[$
4) Positif : $[-8, 8]$; négatif : $]-\infty, -8] \cup [8, +\infty[$
5) Maximum : 8
6) Une fonction définie par parties.

c) 1) Domaine f : $[0, 10]$; codomaine f : $[2, 8]$
2) Zéros : { }; valeur initiale : 5
3) Croissance : $[0, 1] \cup [3, 5] \cup [7, 9]$; décroissance : $[1, 3] \cup [5, 7] \cup [9, 10]$
4) Positif : $[0, 10]$
5) Minimum : 2; maximum : 8
6) Une fonction périodique.

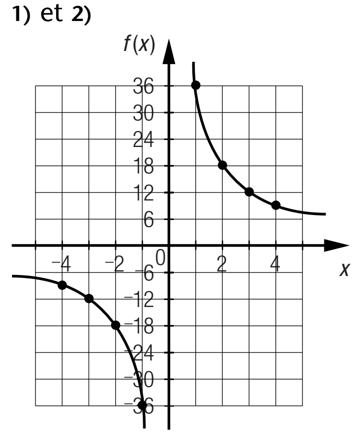
d) 1) Domaine f : $[0, 120[$; codomaine f : $\{1, 4, 7, 10, 13\}$
2) Zéro : aucun; valeur initiale : 1
3) Croissance : $[0, 120[$
4) Positif : $[0, 120[$
5) Minimum : 1; maximum : 13
6) Une fonction en escalier.

Soutien 4.1 (*suite*)

Page 3

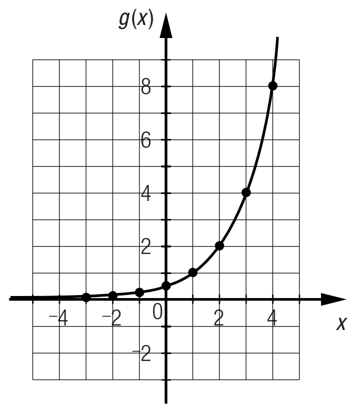
2. a) 7 **b)** 3 **c)** 1 **d)** 5 **e)** 6

3. a) 1) et 2)



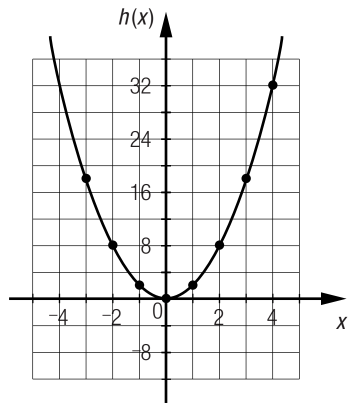
3) Fonction de variation inverse.

b) **1)** et **2)**



3) Fonction exponentielle.

c) **1)** et **2)**

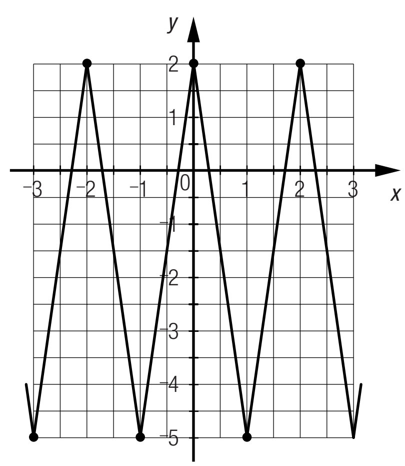


3) Fonction polynomiale de degré 2.

Consolidation 4.1

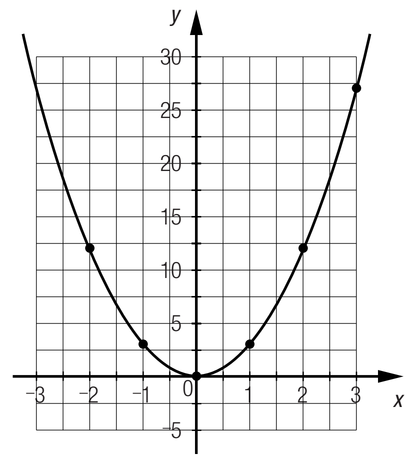
Page 4

1. **a)** **1)**



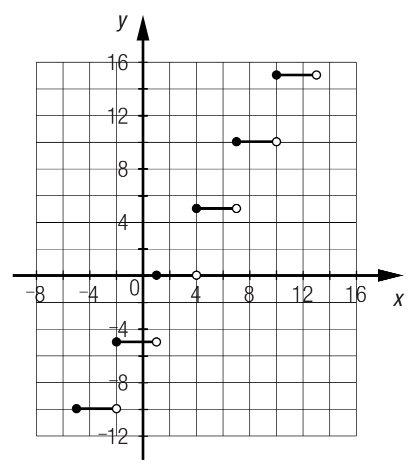
2) Fonction périodique.

b) **1)**



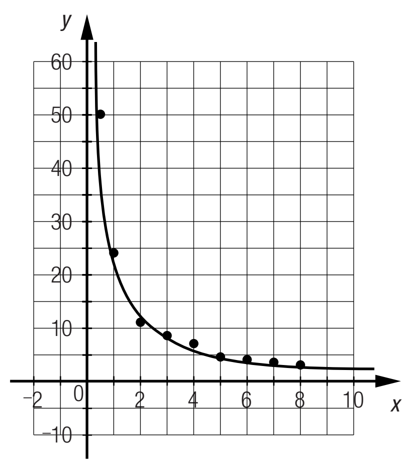
2) Fonction polynomiale de degré 2.

c) **1)**



2) Fonction en escalier.

d) **1)**



2) Fonction de variation inverse.

Consolidation 4.1 (*suite*)

Page 5

2. **a)** Fonction périodique.

b) **1)** [0, 24]

2) [2000, 12 000]

3) Croissance : [0, 8] ∪ [12, 20];
décroissance : [2, 6] ∪ [8, 12] ∪ [14, 18] ∪ [20, 24]

4) Minimum : 2000; maximum : 12 000

3. a) 5 h 30 min

b) 42 km

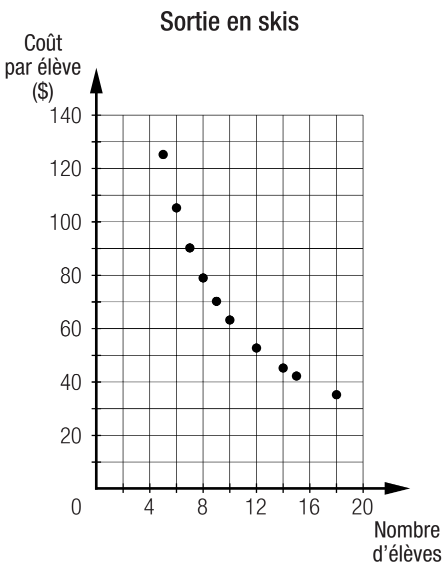
c) Marc-Antoine court pendant 1 h 30 à une vitesse constante de 12 km/h. Puis, il diminue sa vitesse et la maintient constante (3,6 km/h) pendant 2 h 30. Finalement, il court à une vitesse constante de 10 km/h pendant 1 h 30.

d) Fonction définie par parties.

Consolidation 4.1 (*suite*)

Page 6

4. a)

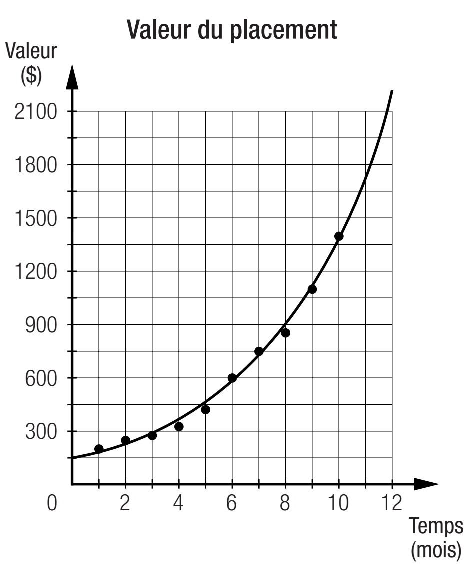


b) Par une fonction inverse, car il s'agit d'une courbe décroissante qui ne croisera jamais les axes.

c) 630 $

d) 63 élèves.

5. a)



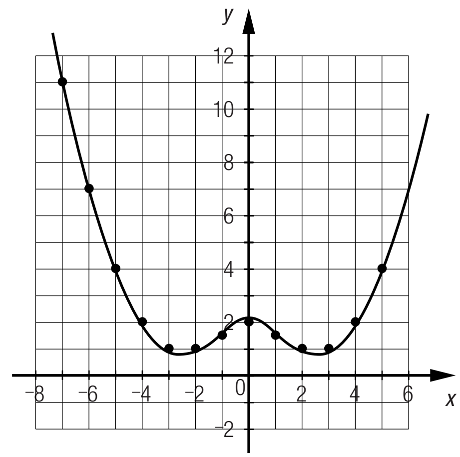
b) À une fonction exponentielle.

c) $\approx$ 1750 $

Enrichissement 4.1

Page 7

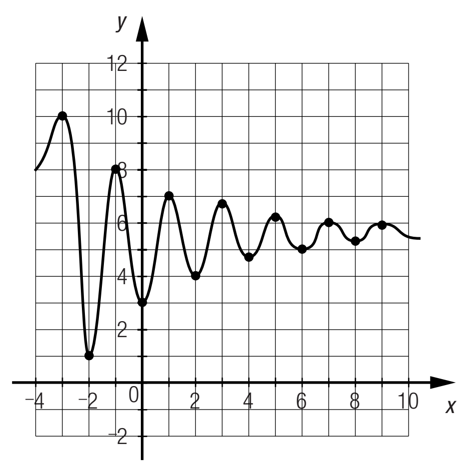
1. a) 1)



2) Une fonction polynomiale de degré 4 constitue le meilleur modèle pour cette situation, car le nuage de points montre une tendance associée à ce type de fonction.

3) $y \approx 0{,}8$

b) 1)



2) Une fonction de Bessel constitue le meilleur modèle pour cette situation, car le nuage de points montre une tendance associée à ce type de fonction.

3) $y \approx 4{,}5$

Soutien 4.2

Page 8

1. a) $y = 8{,}75$ **b)** $y = 45$ **c)** a = 2

d) a = 7 **e)** $x = {}^{\pm}5$ **f)** $x = {}^{\pm}3{,}2$

2. a) $f(x) = \text{a}x^2$ **b)** $12 = \text{a}(2)^2$

c) a = 3 **d)** $f(x) = 3x^2$

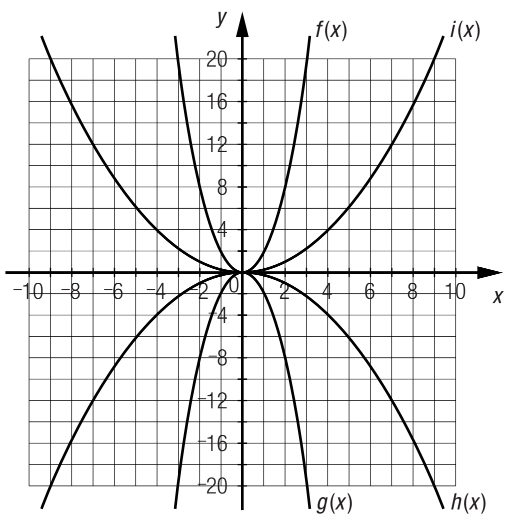
e) 1) $f(10)$ **= 300** 2) $f(^-50)$ **= 7500**

3. **a)** Diviser le paramètre a par 4.
   a = 5 ÷ 4 = 1,25
   b) Multiplier le paramètre a par 2.
   a = 5 × 2 = 10
   c) Changer le signe du paramètre a.
   a = 5 × ⁻1 = ⁻5

Soutien 4.2 (*suite*)

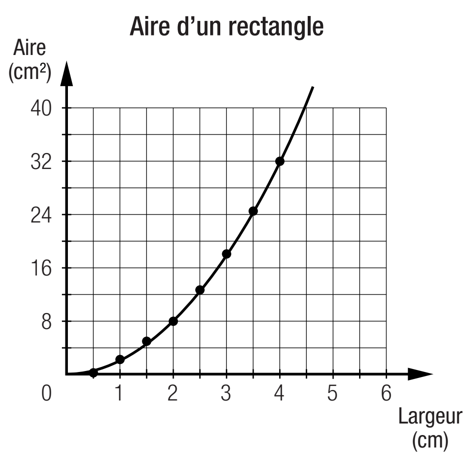
Page 9

4. a)



b) La représentation graphique a subi une réflexion par rapport à l'axe des *x*.

5. a) et **c)**



b) À une fonction polynomiale de degré 2.
d) $y = 2x^2$
e) 1) 40,5 cm² 2) $\sqrt{15} \approx 3{,}87$ cm

Consolidation 4.2

Page 10

1. **a)** $y = {}^-1{,}2x^2$ **b)** $y = x^2$ **c)** $y = {}^-3x^2$

2. **a)** A(2,1, **22,05**)
   b) B(≈ **4,3**, 92,5)

Consolidation 4.2 (*suite*)

Page 11

3. **a)** 4 **b)** 2 **c)** 6
   d) 1 **e)** 5 **f)** 3

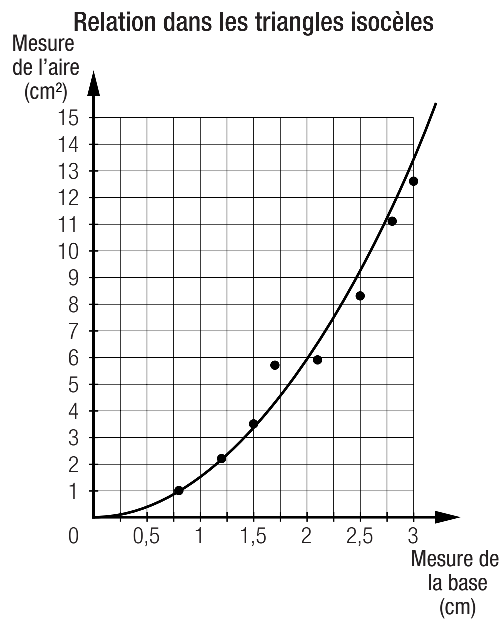
4. **a)** Non, car il ne peut pas y avoir de temps négatif.
   b) La courbe serait 6 fois plus contractée verticalement.
   c) 1) $f(x) = 10x^2$
   2) $f(x) = \frac{5}{3}x^2$
   d) 1) Après environ 2,24 s.
   2) Après environ 5,48 s.

Consolidation 4.2 (*suite*)

Page 12

5. **a)** ≈ 123,61 cm² **b)** ≈ 17,07 cm

6. **a)** et **b)**



c) $f(x) = 1{,}5x^2$ **d)** ≈ 5,77 cm

Enrichissement 4.2

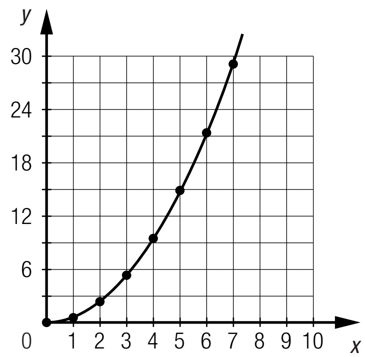
Page 13

1. a)

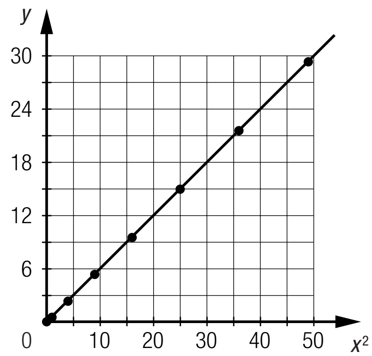
x	0	1	2	3	4	5	6	7
x^2	**0**	**1**	**4**	**9**	**16**	**25**	**36**	**49**
y	0	0,6	2,4	5,4	9,6	15	21,6	29,4

b) et **c)**

1)

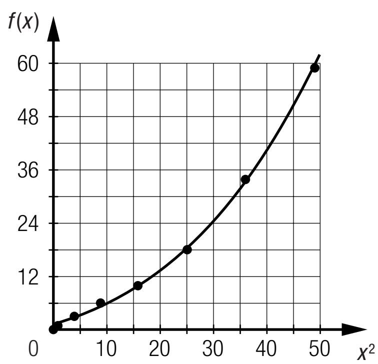


2)



d) La courbe représentative du nuage de points qui traduit la relation entre y et x^2 est une droite qui passe par l'origine, ce qui correspond à la représentation graphique d'une situation de proportionnalité.

2.



La fonction dont la règle s'écrit sous la forme $y = ax^2$ ne constitue pas le meilleur modèle, car la courbe représentative du nuage de points qui traduit la relation entre y et x^2 n'est pas une droite qui passe par l'origine. Or, dans une relation modélisable par une fonction de la forme $y = ax^2$, y devrait être directement proportionnelle à x^2.

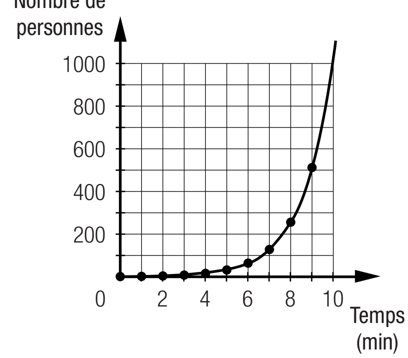
Activité 1

Page 14

a. Secret mal gardé

Temps (min)	Calcul	Nombre de personnes au courant du secret
0	1×2^0	1
1	$1 \times 2 = 1 \times 2^1$	2
2	$1 \times 2 \times 2 = 1 \times 2^2$	4
3	$1 \times 2 \times 2 \times 2 = 1 \times 2^3$	8
4	$\mathbf{1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1 \times 2^4}$	**16**
5	$\mathbf{1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1 \times 2^5}$	**32**
6	$\mathbf{1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1 \times 2^6}$	**64**
7	$\mathbf{1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1 \times 2^7}$	**128**
8	$\mathbf{1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1 \times 2^8}$	**256**
9	$\mathbf{1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1 \times 2^9}$	**512**
…	…	…
t	$\mathbf{1 \times 2^t}$	

b. Secret mal gardé



c. À une fonction exponentielle, car la représentation graphique est une courbe dont l'accroissement est de plus en plus grand.

d. **1)** 5 min **2)** 14 min **3)** 19 min

e. **1)** 1 048 576 personnes.
2) 33 554 432 personnes.
3) 8 589 934 592 personnes.

Activité 2

Page 15

a. Le nombre de bactéries diminue de moitié à chaque application.

b. Crème antibiotique

Nombre d'applications	Calcul	Nombre de bactéries ($\times 10^6$)
0	$1024 \times 0,5^0$	1024
1	$1024 \times 0,5 = 1024 \times 0,5^1$	512
2	$1024 \times 0,5 \times 0,5 = 1024 \times 0,5^2$	256
3	$1024 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 = 1024 \times 0,5^3$	**128**
4	$\mathbf{1024 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 = 1024 \times 0,5^4}$	**64**
5	$\mathbf{1024 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 = 1024 \times 0,5^5}$	**32**
6	$\mathbf{1024 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 = 1024 \times 0,5^6}$	**16**
7	$\mathbf{1024 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 = 1024 \times 0,5^7}$	**8**
…	…	…
n	$\mathbf{1024 \times 0,5^n}$	

c. 1024 millions de bactéries.

d. Par 0,5.

e. La distance entre cette courbe et l'axe des abscisses diminue constamment, mais elle ne sera jamais nulle.

Mise au point 4.3 Page 16

20. a) 26 500 $ **b)** 106 %

c) 26 522,50 $ **d)** 106,09 %

e)

Plan A			
Temps (mois)	Temps (années)	Calcul	Valeur du placement ($)
0	0	$25\,000(1,06)^0$	25 000
12	1	$\mathbf{25\,000(1,06)^1}$	**26 500**
24	2	$\mathbf{25\,000(1,06)^2}$	**28 090**
36	3	$\mathbf{25\,000(1,06)^3}$	**29 775,40**
48	4	$\mathbf{25\,000(1,06)^4}$	**31 561,92**
…	…	…	…
	x	$\mathbf{25\,000(1,06)^x}$	

Plan B			
Temps (mois)	Temps (années)	Calcul	Valeur du placement ($)
0	0	$25\,000(1,03)^0$	25 000
6	0,5	$25\,000(1,03)^1$	**25 750**
12	1	$25\,000(1,03)^2$	**26 522,50**
18	1,5	$\mathbf{25\,000(1,03)^3}$	**27 318,18**
24	2	$\mathbf{25\,000(1,03)^4}$	**28 137,72**
30	2,5	$\mathbf{25\,000(1,03)^5}$	**28 981,85**
36	3	$\mathbf{25\,000(1,03)^6}$	**29 851,31**
42	3,5	$\mathbf{25\,000(1,03)^7}$	**30 746,85**
48	4	$\mathbf{25\,000(1,03)^8}$	**31 669,25**
…	…	…	…
	x	$\mathbf{25\,000(1,03)^{2x}}$	

f) Le placement B est le plus avantageux car, dans ce plan, la deuxième tranche des intérêts de 3 % est calculée sur un montant auquel on a déjà ajouté 3 %.

Soutien 4.3 Page 17

1. a) 1) $f(0) = \mathbf{1,5}$ 2) $g(0) = \mathbf{2}$ 3) $h(0) = \mathbf{^-5}$

b) Le paramètre a d'une fonction exponentielle de la forme $f(x) = \text{a(base)}^x$ représente la valeur initiale de cette fonction.

2. a) La base d'une fonction exponentielle de la forme $f(x) = \text{a(base)}^x$ représente le lien multiplicatif qui existe entre les valeurs des ordonnées et les accroissements réguliers de 1 des abscisses.

b) La base de $h(x)$ est 5.

3. a) a = 1,5

b) $12 = 1,5(\text{base})^3$

c) $y = 1,5(2)^x$

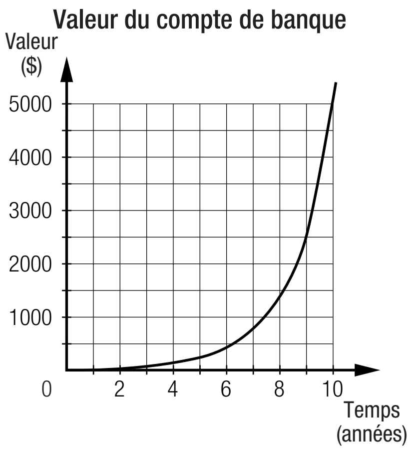
Soutien 4.3 (*suite*) Page 18

4. a) Graphique ① : $y = 5(3)^x$
Graphique ② : $y = {^-7}(0,2)^x$
Graphique ③ : $y = 3(0,6)^x$
Graphique ④ : $y = {^-4}(2,1)^x$

b) 1) Les courbes dont la base est comprise entre 0 et 1 se rapprochent de l'axe des abscisses lorsque la valeur de la variable indépendante augmente.

2) Les courbes dont la valeur du paramètre a est négative sont situées sous l'axe des abscisses.

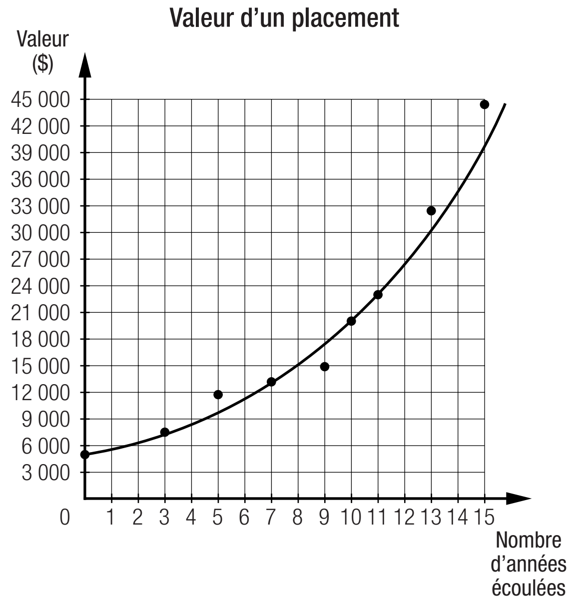
5. a)



b) $f(x) = 5(2)^x$

c) 163 840 $

6. a)



b) $f(x) = 5000(1{,}15)^x$

c) La base de cette fonction est de 1,15. Elle correspond au facteur d'augmentation annuelle de la valeur du placement.

d) $\approx$ 61 877,27 $

Consolidation 4.3 — Page 19

1. a) $f(x) = 1{,}5(2)^x$ **b)** $g(x) = 2(0{,}25)^x$

c) $h(x) = {}^-4(2)^x$ **d)** $i(x) = \frac{1}{3}(3)^x$

2. a) 250 bactéries. **b)** Environ 353 bactéries.

c) 1000 bactéries. **d)** Après 4 h.

Consolidation 4.3 (*suite*) — Page 20

3. a) 7 **b)** 1 **c)** 5 **d)** 3

e) 2 **f)** 6 **g)** 4 **h)** 8

4. a) $f(x) = 3(0{,}8)^x$

b) 61,44 cm

c) $\approx$ 1,20 m

d) Selon le modèle, la balle ne cessera jamais de rebondir, car cette situation est associée à une fonction exponentielle qui possède une asymptote d'équation $y = 0$. Mais dans la réalité, après un certain nombre de rebonds, la balle arrêtera de rebondir.

Consolidation 4.3 (*suite*) — Page 21

5. a) Environ 19,56 % d'intérêt.

b) La carte 1 est la plus avantageuse, car le taux d'intérêt annuel de la carte 2 est environ de 25,34 %.

Enrichissement 4.3 — Page 22

1. L'équation du modèle exponentiel est $y \approx 0{,}01259(0{,}999940068)^x$.
À l'aide d'une table de valeurs, on obtient environ 157 000 ans.

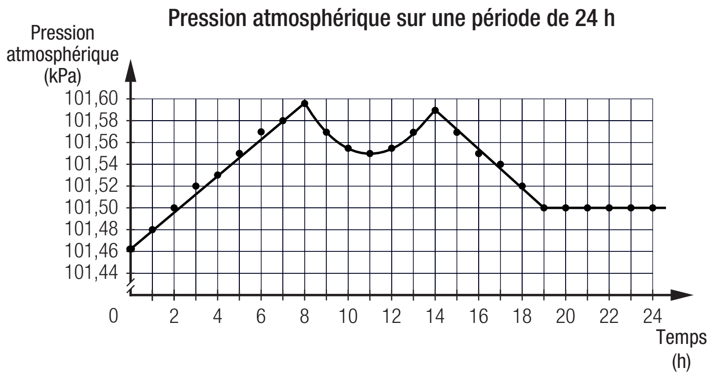
2. Soit deux points de coordonnées (m, n) et (c, d) tels que $\frac{d}{n} < 0$.
Si ces points appartiennent à une fonction exponentielle de la forme $y = \mathrm{a(base)}^x$, on peut former les deux équations :
$n = \mathrm{a(base)}^m$ et $d = \mathrm{a(base)}^c$.
On peut former la proportion $\frac{d}{n} = \frac{\mathrm{a(base)}^c}{\mathrm{a(base)}^m}$.
On obtient l'équation :
$\mathrm{(base)}^{c-m} = \frac{d}{n} \Rightarrow \mathrm{(base)}^{c-m} < 0$.
Cette équation n'a pas de solution réelle puisqu'il n'existe aucun nombre réel positif ayant une puissance négative.

Activité 1 — Page 23

a. 1) À une fonction polynomiale de degré 1.
2) À une fonction polynomiale de degré 2.
3) À une fonction polynomiale de degré 1.
4) À une fonction polynomiale de degré 0.

b. À une fonction définie par parties.

c.



d. 1) ≈ 101,51 kPa 2) ≈ 101,59 kPa
3) ≈ 101,58 kPa 4) ≈ 101,515 kPa

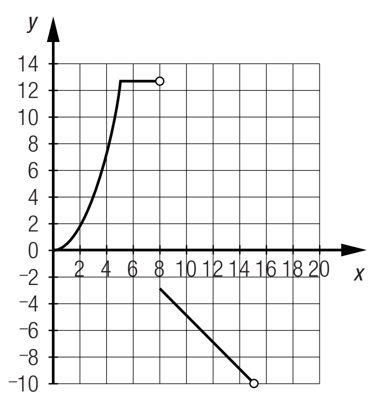
Soutien 4.4 **Page 24**

1. a) 1) A, D 2) B, E 3) C, F

b) A Fonction périodique.
B Fonction en escalier.
C Fonction définie par parties.
D Fonction périodique.
E Fonction en escalier.
F Fonction définie par parties.

Soutien 4.4 (*suite*) **Page 25**

2.



3. a) $f(x)$: **P = 4** $g(x)$: **P = 20**

b) 1) $f(1) = \mathbf{6}$ $f(3 + P) = \mathbf{6}$ $f(3 - P) = \mathbf{6}$
2) $g(5) = \mathbf{2}$ $g(5 + P) = \mathbf{2}$ $g(5 + 2P) = \mathbf{2}$

c) 1) $f(17) = \mathbf{6}$ $f(^-11) = \mathbf{6}$ $f(40) = \mathbf{7}$
2) $g(^-30) = \mathbf{0{,}5}$ $g(105) = \mathbf{2}$ $g(^-200) = \mathbf{3{,}5}$

4. a) Codomaine g : {2, 3, 4, 5, 6}

b) Valeurs critiques : {4, 8, 12, 16}

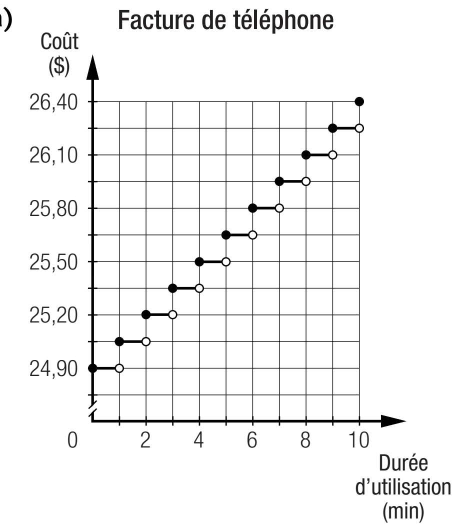
Consolidation 4.4 **Page 26**

1. a) Fonction périodique.
b) Fonction définie par parties.
c) Fonction en escalier.
d) Fonction périodique.

2. a) Fonction en escalier.
b) Fonction définie par parties.
c) Fonction périodique.

Consolidation 4.4 (*suite*) **Page 27**

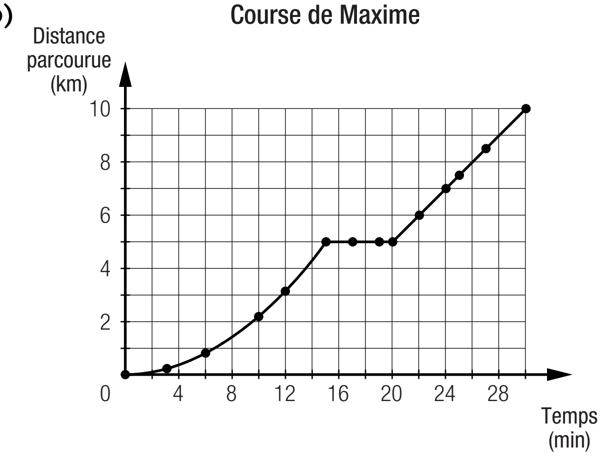
3. a)



b) Fonction en escalier.
c) 32,40 $
d) 93 min ou plus, mais moins de 94 min.

4. a) Fonction définie par parties. En effet, on a besoin de 3 courbes différentes pour modéliser la situation.

b)



c)

Intervalle (min)	Distance parcourue à la fin de cet intervalle (km)	Type de fonction	Règle
[0, 15[	5	**Polynomiale de degré 2**	$f(x) = \frac{1}{45}x^2$
[15, 20[	**5**	Polynomiale de degré 0	$\mathbf{f(x) = 5}$
[20, 30[	**10**	**Polynomiale de degré 1**	$f(x) = 0{,}5x - 5$

d) **1)** $\approx$ 1,42 km **2)** 8 km

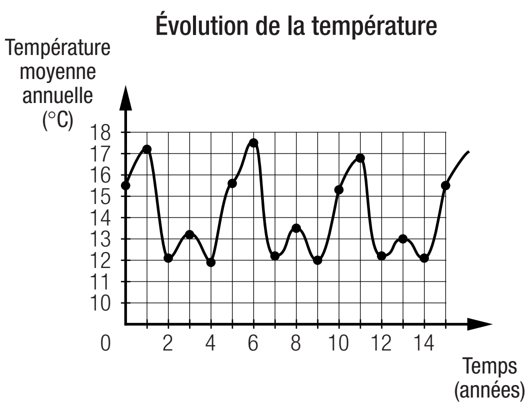
Consolidation 4.4 (*suite*)

Page 28

5. a) Les deux premières années, le nombre d'accidents a augmenté très rapidement, puis a diminué avant d'atteindre le plateau de zéro accident à 5 années. Par la suite, le nombre d'accidents s'est remis à varier comme dans les 5 premières années.

b) **1)** Aucun accident.
2) 8 accidents.
3) 3 accidents.

6.

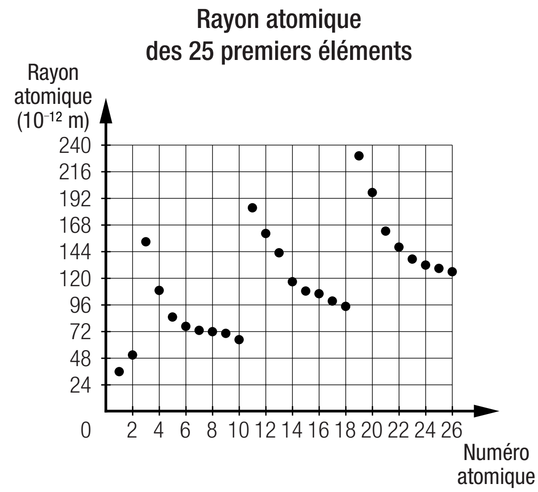


Le nuage de points montre une tendance périodique dont la période est de 5 ans.
En continuant le tableau ou en traçant une courbe qui respecte cette tendance, on trouve que la température moyenne devrait être d'environ 12 °C au cours de la 35e année.

Enrichissement 4.4

Page 29

1. a)



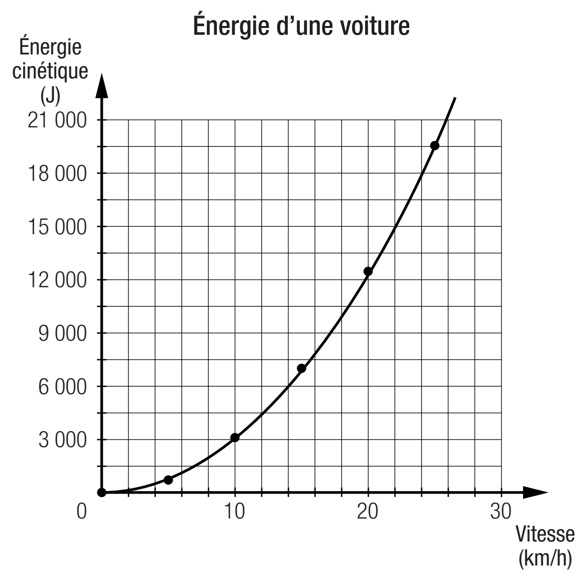
b) Fonction définie par parties.

c) Non, car dans le contexte des fonctions, le mot « périodique » signifie que la fonction est constituée de la répétition d'un même motif, ce qui n'est pas le cas ici. Dans le contexte du rayon atomique, le mot « périodique » signifie qu'il y a une répétition relativement régulière des tendances.

Portrait 4

Page 30

1. L'équation de la courbe qui modélise cette situation est $f(x) = 31{,}4x^2$. L'augmentation de l'énergie cinétique de cette voiture sera d'environ 28 260 J.



Portrait 4 (*suite*) **Page 31**

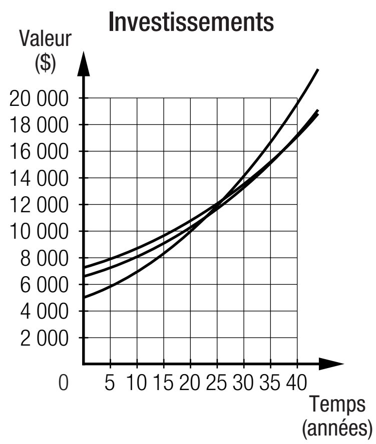
2. Comme la période de la fonction est de 90 s, $90 \times 5 = 450$ et $525 - 450 = 75$, la nacelle se trouvera donc à la même hauteur qu'à 75 s après le début de la période. La nacelle se trouvera alors à 5 m de hauteur.

Portrait 4 (*suite*) **Page 32**

3. La population diminuera le plus rapidement dans la région **2**, car c'est dans cette région que la base de la fonction exponentielle est la plus petite (base $\approx$ 0,97).

Portrait 4 (*suite*) **Page 33**

4. La valeur du placement 1 est plus importante durant les 28 premières années. Ensuite, c'est le placement 3 qui devient le plus avantageux à partir de la 29e année. Le placement 2 n'est à aucun moment le placement le plus avantageux des trois.



Portrait 4 (*suite*) **Page 34**

5. Le meilleur prix est de 900 $ et est effectivement proposé par l'ébéniste **3.** L'ébéniste **1** propose un prix de 950,06 $ environ et l'ébéniste **2**, un prix de 972,44 $ environ.

Portrait 4 (*suite*) **Page 35**

6. Le rythme cardiaque initial d'Isabelle est de 75 contractions/min. 180 % de cette valeur correspondent à 135 contractions/min. À la fin de son entraînement, le rythme cardiaque d'Isabelle est de 139 contractions/min. Elle a donc atteint son objectif.